



Koordinatni sistemi in transformacije koordinatnih sistemov v geodeziji

Bojan Stopar

Univerza v Ljubljani Fakulteta za gradbeništvo in
geodezijo

Obvezno izobraževanje geodetov



Vsebina predstavitev



- ♦ Pregled referenčnih koordinatnih sistemov
- ♦ Pretvorbe in transformacije koordinat
- ♦ Transformacije/pretvorbe višin, model geoida
- ♦ Metode transformacij koordinatnih sistemov
- ♦ Izhodišča za transformacijo koordinat detajlnih točk
- ♦ Primeri transformacije na majhnem območju

Naloge geodezije

- ♦ Določitev oblike in velikosti Zemlje, težnostnega polja Zemlje, vključno s časovnimi spremembami
- ♦ Rešitev teh naloge je možna samo v okviru ustreznih koordinatnih sistemov
- ♦ Dejanska naloga geodezije je vzpostavitev terestričnega koordinatnega sistema
- ♦ Vzpostavitev enotnega koordinatnega sistema velikega deformabilnega telesa je težaven problem

Rešitev nalog geodezije (1)

♦ Težave:

- težnostno polje neznanih geometrijskih lastnosti,
- vpliv atmosfere na opazovanja,
- spremembe “geometrije” Zemlje v času

♦ Rešitev nalog geodezije:

- določitev geometrijskih lastnosti težnostnega polja,
- določitev vpliva težnostnega polja na vrednosti opazovanih količin
- določitev vpliva atmosfere na vrednosti opazovanih količin,
- določitev sprememb “geometrijskih lastnosti” Zemlje

Rešitev nalog geodezije (2)

- ◆ Potrebujemo povezave med:
 - fizikalnimi lastnostmi prostora (težnostno polje, atmosfera, geodinamika) in
 - časovno stabilnim prostorom znanih geometrijskih lastnosti
- ◆ Položaji točk se morajo nanašati na prostor znanih geometrijskih lastnosti:
 - evklidski prostor,
 - referenčni elipsoid,
 - kartografska projekcija



Koordinatni sistem



- ◆ Koordinatni sistem predstavlja dogovor o parametrih, ki definirajo koordinatni sistem:
 - razsežnost koordinatnega sistema,
 - koordinatno izhodišče,
 - tip koordinat,
 - orientacija koordinatnih osi,
 - merilo)
- ◆ Koordinatni sistem sam po sebi (na nivoju dogovora) še ni praktično uporaben

Koordinatni sestav

- ♦ Koordinatni sestav = materializacija koordinatnega sistema
- ♦ Opazovanja zagotavljajo zvezo med koordinatnim sistemom in koordinatnim sestavom
- ♦ Velika pozornost opazovanjem:
 - pridobitev (instrument, operater, izvedba) opazovanj,
 - obdelava (grobi, sistematični vplivi) opazovanj,
 - izravnavo (optimalna ocena in kakovost rezultatov) opazovanj
- ♦ Trirazsežni koordinatni sistem na državnem ozemlju (praktično) predstavljajo (državne) geodetske mreže

Geodetski datum

- ♦ Geodetski datum predstavljajo:
»dane« količine, potrebne za določitev »novih« količin v izbranem koordinatnem sistemu
- ♦ Geodetski datum morajo zagotoviti vnaprej dane (zunanje) količine
- ♦ Opazovanja (notranje količine) ne omogočajo pridobitve koordinat točk v koordinatnem sistemu

Geodetska opazovanja (dolžine, horizontalne smeri, zenitne razdalje,...) so t.i. notranja opazovanja oz. notranje količine, koordinate točk v (predhodno definiranem) koordinatnem sistemu so t.i. zunanja opazovanja oz. zunanje količine

Referenčni koordinatni sistemi v geodeziji

- ◆ Globalni – geocentrični – absolutni – terestrični koordinatni sistemi:
 - vzpostavljeni na osnovi opazovanj geodetske astronomije, satelitske geodezije, absolutne gravimetrije
- ◆ Lokalni – kvazigeocentrični – relativni – astrogeodetski koordinatni sistemi:
 - vzpostavljeni na osnovi opazovanj klasične – terestrične geodezije

Globalni – geocentrični – absolutni – terestrični koordinatni sistemi

- ◆ Lastnosti koordinatnih sistemov so dogovorjene – dogovorjeni koordinatni sistemi
- ◆ Naravni koordinatni sistemi (cela Zemlja):
 - koordinatno izhodišče,
 - orientacija koordinatnih osi
- ◆ Realizirani z:
 - opazovanji satelitske geodezije:
 - SLR
 - DORIS
 - GNSS
 - opazovanji geodetske astronomije:
 - VLBI

Globalni – geocentrični – absolutni – terestrični referenčni sistemi in sestavi

- ♦ Terestrični referenčni sistemi:
 - ITRS,
 - WGS-84,
 - GRS-80,
 - ETRS89
- ♦ Terestrični referenčni sestav:
 - ITRF
- ♦ Regionalne zgostitve globalnih terestričnih referenčnih sestavov:
 - ETRF (EUREF),
 - SNARF (NAREF)

Lokalni – kvazigeocentrični – relativni – astrogeodetski koordinatni sistemi in sestavi

- ♦ Lastnosti koordinatnih sistemov so dogovorjene – dogovorjeni koordinatni sistemi
- ♦ Naravni koordinati sistemi za manjša območja:
 - kontinent,
 - država
- ♦ Realizirani s:
 - klasičnimi astronomskimi opazovanji:
 - astronomske koordinate (Φ, Λ), azimuti
 - klasičnimi geodetskimi opazovanji:
 - horizontalni koti, horizontalne smeri, dolžine, zenitne razdalje

Astrogeodetski datum (1)

- ◆ Globalni in lokalni koordinatni sistemi so geometrijski sistemi (čeprav realizirani na osnovi fizikalnih lastnosti Zemlje)
- ◆ Geometrijski sistem = horizontalni sistem (namenjen opisu lege – položaja v horizontalnem smislu)
- ◆ Astrogeodetski datum zagotavlja povezavo med dvema geometrijskima koordinatnima sistemoma:
 - lokalnim in
 - globalnim koordinatnim sistemom

Astrogeodetski datum (2)

- ◆ Parametri astrogeodetskega datuma določajo lego, orientacijo in velikost lokalnega koordinatnega sistema glede na globalni koordinatni sistem
- ◆ 8 parametrov astrogeodetskega datuma
 - 3 parametri položaja izhodišča k.s.,
 - 3 parametri orientacije osi k.s.,
 - 2 parametra: oblika in velikost ref. elipsoida
- ◆ Transformacija koordinatnih sistemov = določitev parametrov (astro)geodetskega datuma

Nov državni koordinatni sistem Slovenije

- ♦ ESRS (European Spatial Reference System) je nov prostorski referenčni sistem Evropske unije
- ♦ ESRS setavljata:
 - horizontalni sistem ETRS89
 - višinski sistem EVRS
 - nova kartografska projekcija
- ♦ Realizacija novega državnega koordinatnega sistema mogoča le z velikim številom točk s koordinatami v novem sistemu = geodetska izmera v novem koordinatnem sistemu

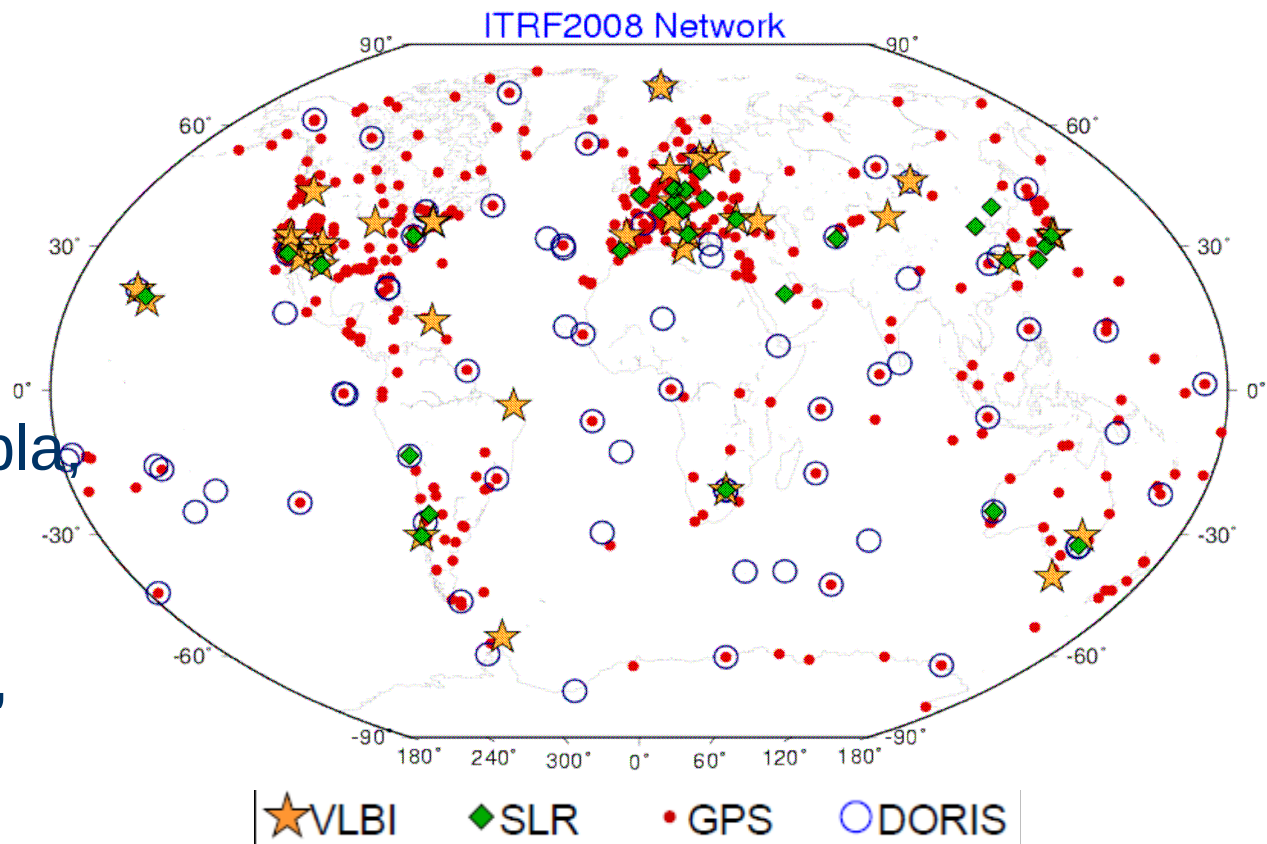
International Terrestrial Reference System - ITRS

- ♦ ITRS je sestavljen na osnovi predpisov, dogovorov in modelov o:
 - izhodišču, merilu, orientaciji and časovnih relacijah z dogovorjenim terestričnim referenčnim sistemom CTRS
- ♦ Realizacija ITRS je International Terrestrial Reference Frame (ITRF), ki temelji na določitvi koordinat in hitrosti sprememb koordinat postaj VLBI, GPS, SLR, DORIS
- ♦ Realizacije ITRS so ITRFyy

ITRF 2008

Realizacija na osnovi:

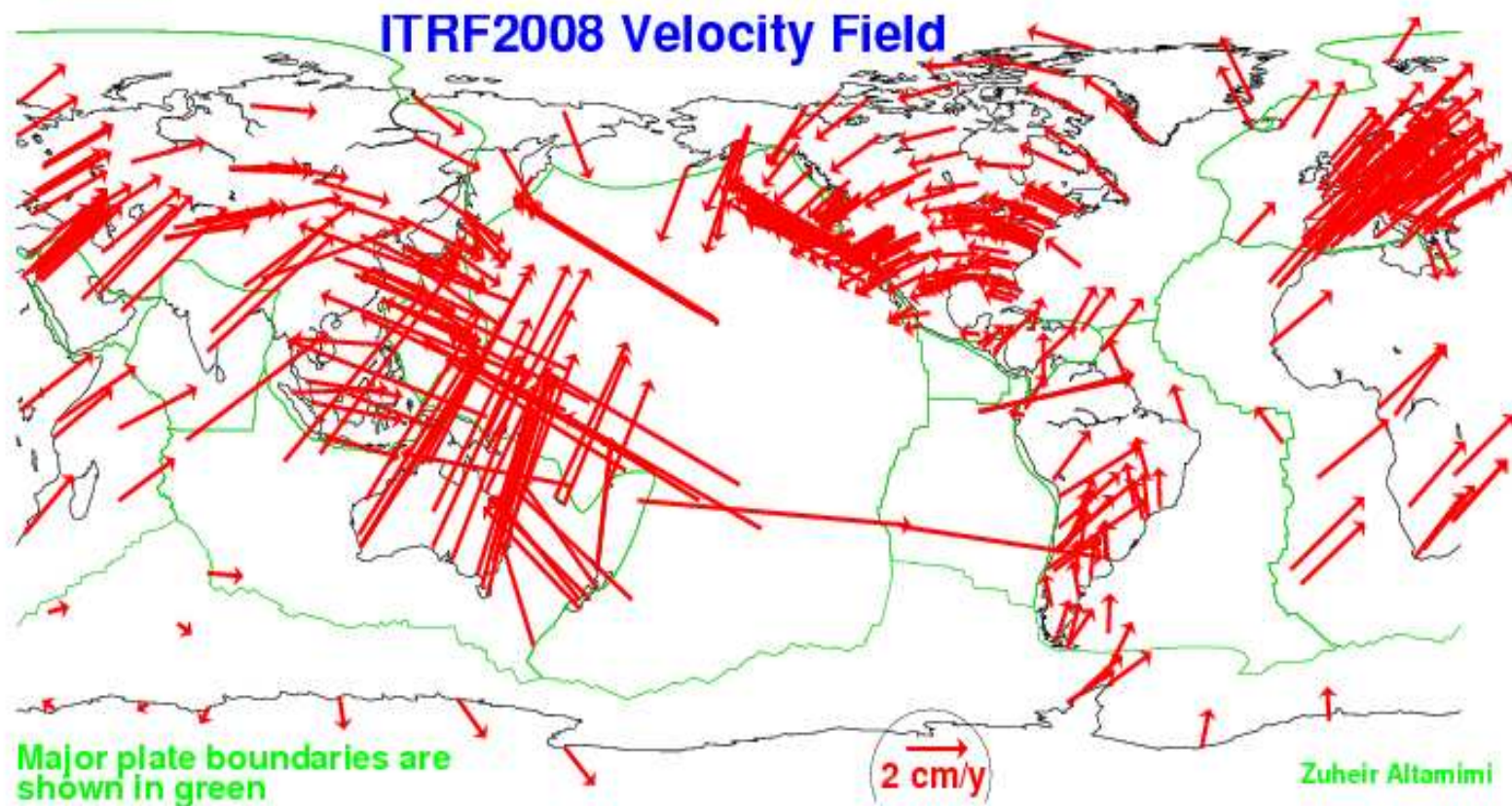
- 580 točk,
- 934 postaj,
- 463/117 točk S/J polobla,
- VLBI 84/9,
- SLR 76/13,
- GPS 390/102,
- DORIS 34/32.



ITRF 2008

- ♦ International Terrestrial Reference Frame
- ♦ Dinamičen sistem zaradi spreminjanja koordinat točk:
 - do 10 cm/leto zaradi tektonskih premikov
- ♦ ITRF je definiran z:
 - koordinatami točk v referenčnem trenutku (2005.0)
 - vrednostmi hitrosti sprememb koordinat točk
- ♦ Točnost ITRF2008 je 2-3 mm
- ♦ Sovpada z WGS-84 (matičen za GPS) približno na 10 cm

ITRF 2008



European Terrestrial Reference System 89 (ETRS89)

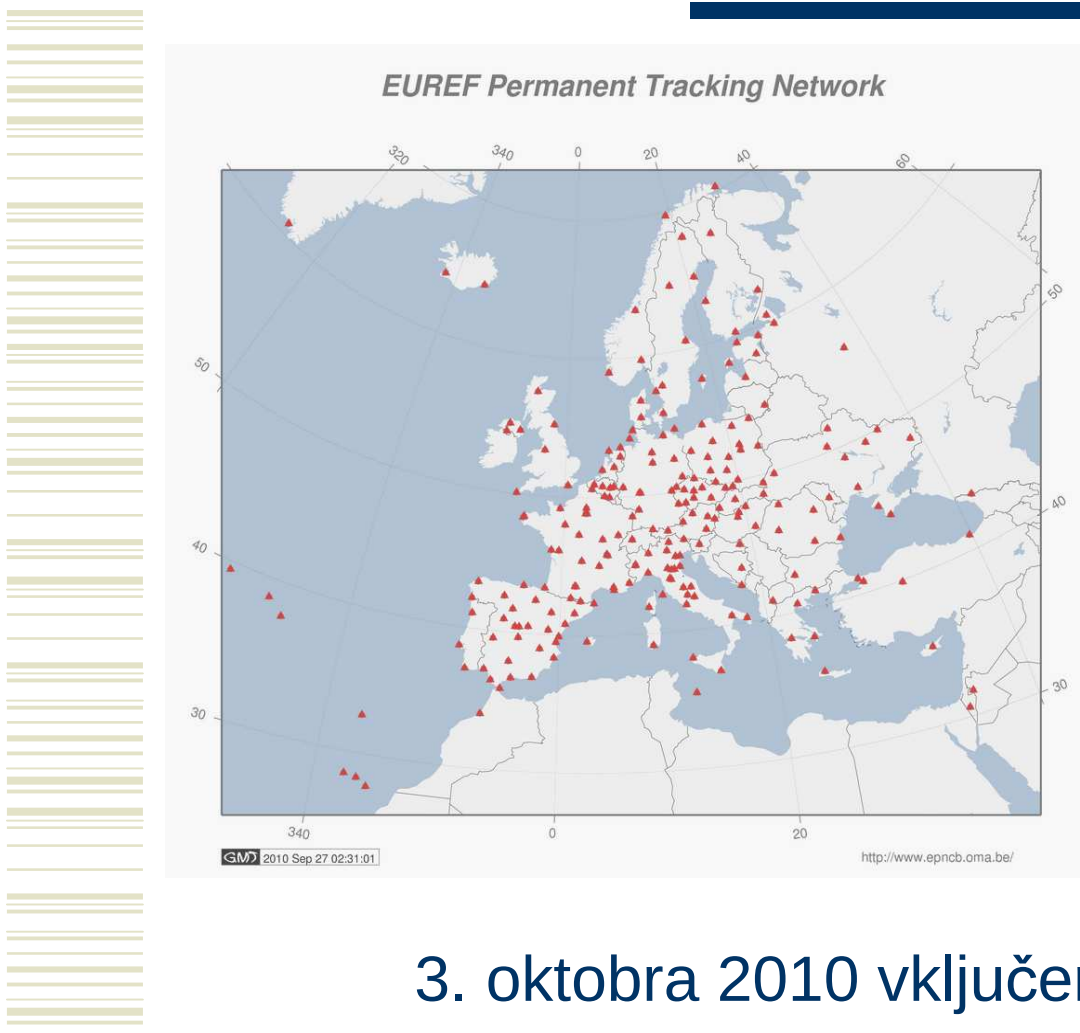
- ◆ Podkomisija EUREF pri IAG je definirala evropski terestrični referenčni sistem European Terrestrial Reference System 89 (ETRS89)
- ◆ ETRS89 je identičen ITRS v trenutku 1989.0 in je pritrjen na Evrazijsko tektonsko ploščo
- ◆ ETRS89 podpira EU in je referenca za vse geografske informacije na ozemlju Evrope
- ◆ Dosedanje realizacije ETRS89 so ETRFyy:
 - ETRF89, ETRF90, ETRF91, ETRF92, ETRF93, ETRF94, ETRF96, ETRF97, ETRF2000



ETRS89 in EPN



- ♦ ETRS89 vzdržuje podkomisija EUREF pri IAG
- ♦ V današnjem času do ETRS89 dostopamo preko omrežja GNSS postaj EPN (EUREF Permanent Network)
- ♦ EPN je definirano kot omrežje stalno delujočih referenčnih GPS postaj, ki deluje ob ustrezni znanstveni podpori
- ♦ Postaje v EPN imajo znane natančne koordinate v ETRS89.

The image features the letters "EPN" in a bold, dark blue, sans-serif font, centered horizontally. To the left of the text is a vertical olive-green bar. Above the text is a horizontal dark blue line. Below the text is another horizontal dark blue line. On the far left, there is a series of thin, horizontal, light olive-green lines. On the far right, there is a horizontal olive-green bar. The overall design is minimalist and modern.

3. oktobra 2010 vključenih v EPN 244 postaj

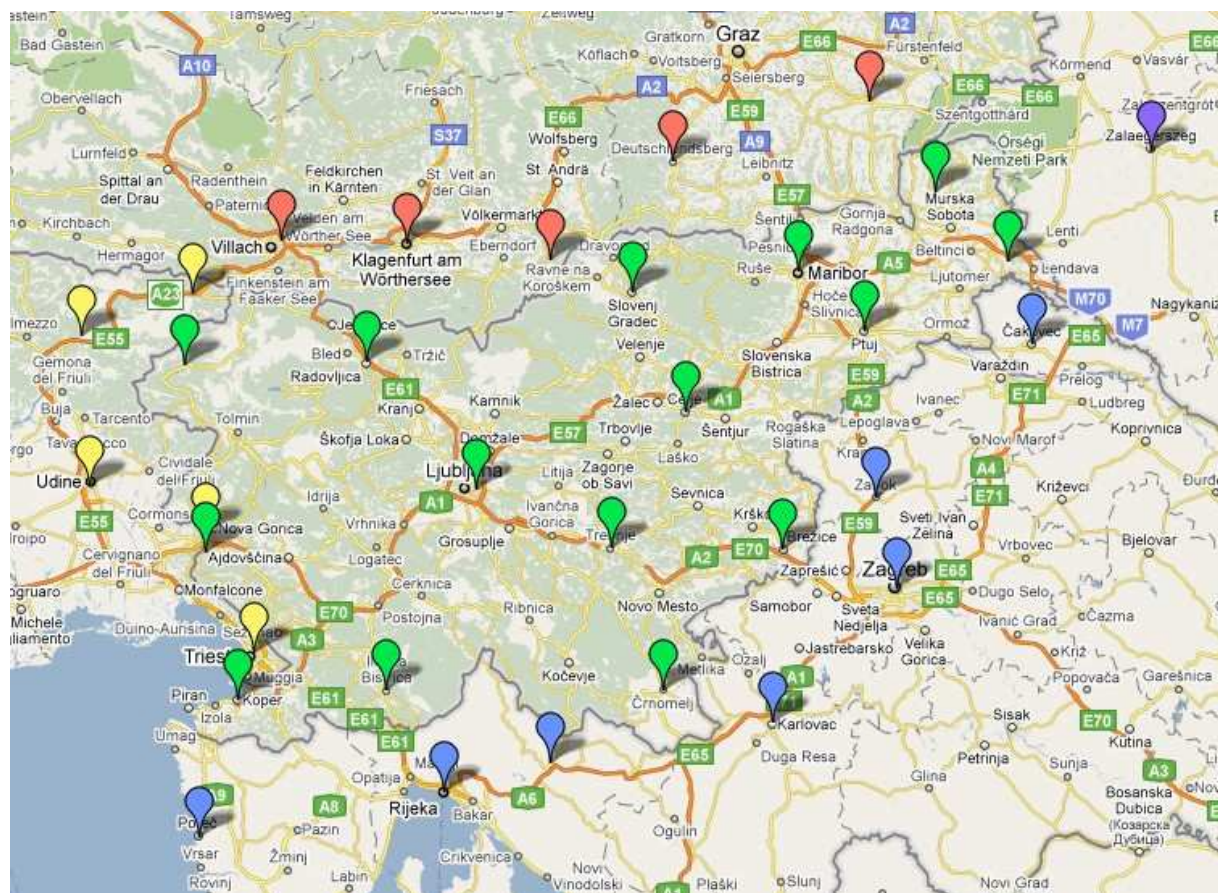
Omrežje SIGNAL

Postaje v omrežju:

- 15 v SLO
- 5 v Italiji
- 5 v Avstriji
- 1 na Madžarskem
- 7 na Hrvaškem

Koordinate postaj določene v ETRS89:

- ETRF96 (1995.55)



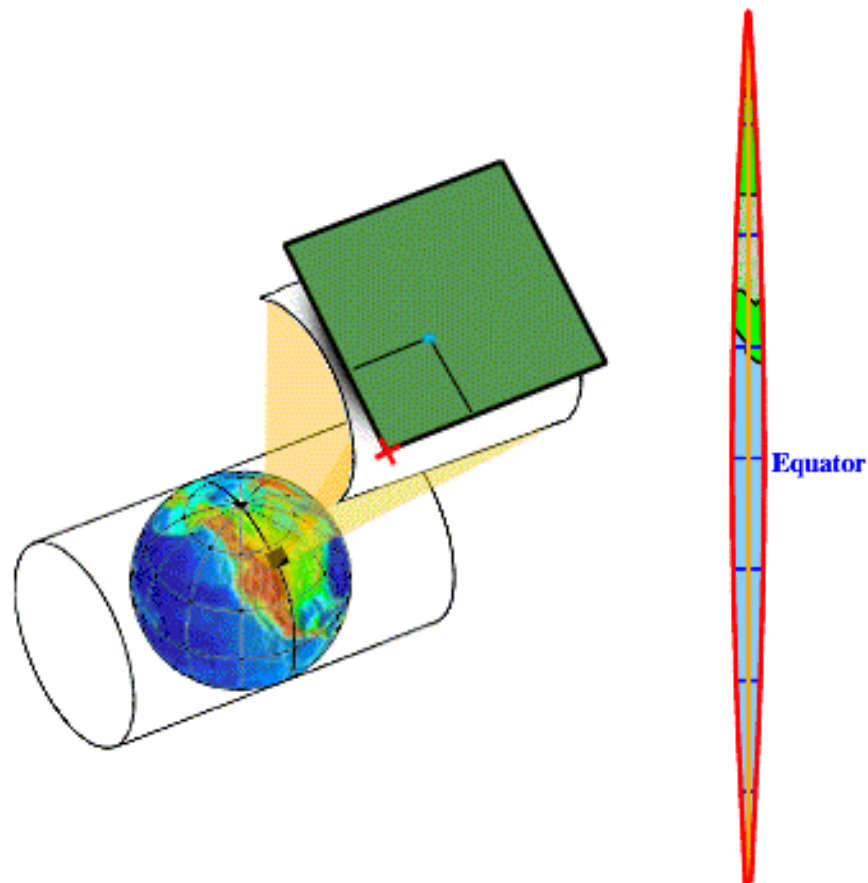
Nov višinski sistem Slovenije

- ◆ EVRS je uradni višinski sistem Evropske unije:
 - EVRS je referenčni sistem višin v težnostnem polju Zemlje,
 - višina je razlika dejanskega težnostnega potenciala točke in težnostnega potenciala referenčne ploskve EVRS,
 - zadnja realizacija sistema EVRS je EVRF2000, ki ima izhodišče v NAP
 - normalne višine.
- ◆ Nove inačice EVRF200x:
 - izhodišče glede na globalno srednjo morsko gladino WHS (World Height System) ?
 - realizacija na osnovi satelitskih tehnologij GRACE, CHAMP, GOCE ?

Nova kartografska projekcija

◆ Lastnosti:

- Tip:
Prečna
Mercatorjeva
projekcija (TM)
- Referenčni elipsoid:
GRS 80
- Srednji poldnevnik:
 15°
- Pomik proti severu:
- 5000000 m
- Pomik proti vzhodu:
500000 m



Star državni koordinatni sistem

- ◆ Horizontalni sistem:
 - horizontalna geodetska mreža:
 - referenčni elipsoid Bessel
- ◆ Višinski sistem:
 - gravimetrična mreža,
 - nivelmanska mreža,
 - referenčna ploskev (geoid?),
 - normalne ortometrične višine,
 - normalni reper Trst, fundamentalni reper Ruše

Horizontalna geodetska mreža Slovenije

♦ Lastnosti:

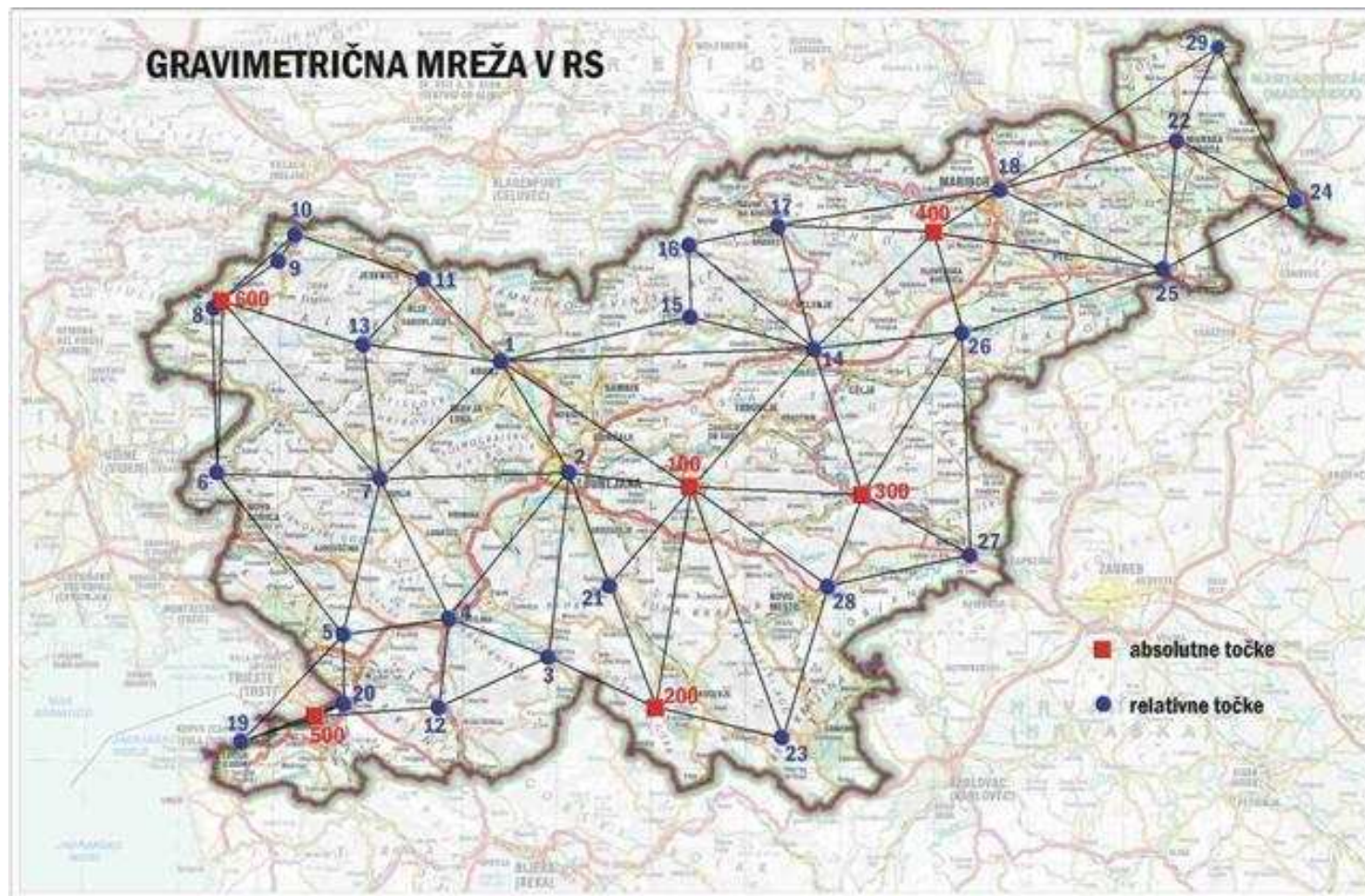
- 34 (35) točk, 46 trikotnikov
- 2 trigonometrični bazi (Radovljica, Maribor)
- 2 para Laplacejevih točk
- območje velikosti pribl. 230km×140km
- položaj AG mreže (Besselov elipsoid) je napačen (zgodovinski razlogi),
- velike deformacije merila, neenakomerna točnost,
- geodetske mreže nižjih redov:
 - II. gl. II. dop., III. gl. III. dop., IV. red, poligonska mreža, linijska mreža, navezovalna mreža.

Višinska geodetska mreža Slovenije

- ◆ Lastnosti nivelmanske mreže
 - poligoni dolžine 40-300 km, med reperji 3-6 km
 - I. red, II. red, III. red, IV. red, mestne nivelmanske mreže)
 - fundamentalni reper Ruše
 - višine točk dane v sistemu normalnih ortometričnih višin
 - višinska referenčna ploskev ni geoid
 - normalni reper Trst (Maglaj)
- ◆ Lastnosti gravimetrične mreže:
 - zaradi slabe kakovosti stare mreže, v izdelavi nova

Map of Slovenia showing the development of the road network from 1990 to 2009. The map is color-coded by year: blue for 1990-2000, green for 2006-2008, and yellow for 2009. Major cities like Ljubljana, Maribor, and Ptuj are labeled. The map shows a dense network of roads, with the 2009 network (yellow) being the most extensive and covering the most mountainous areas.

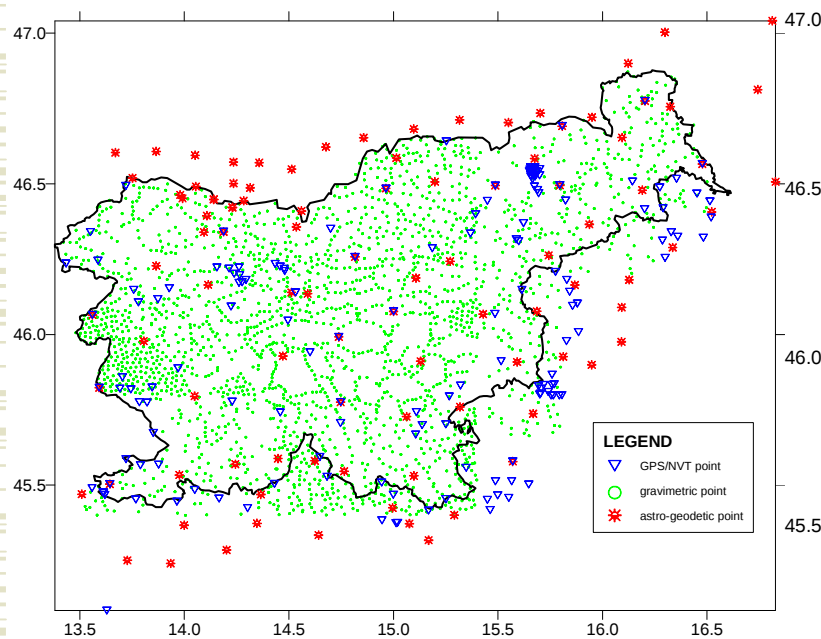
Gravimetrična mreža Slovenije



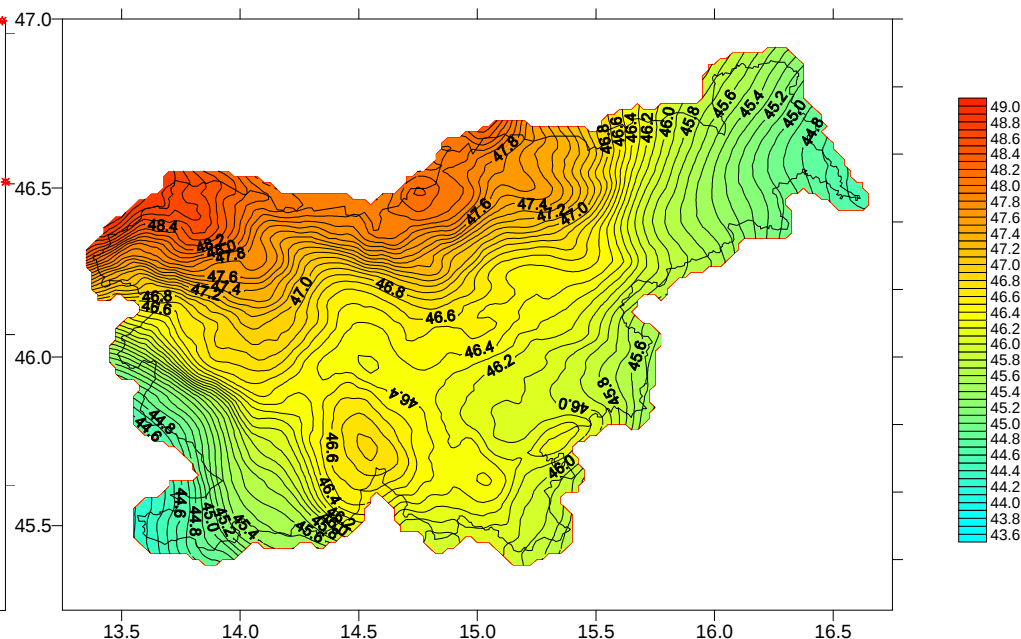
Geoid Slovenije

- ◆ Relativni geoid za celotno nekdanjo Jugoslavijo:
 - 1970 (prof. Muminagić, Sarajevo)
 - 1991, 1992 in 1999 (Geodetska fakulteta Zagreb):
- ◆ Absolutni geoid:
 - 2000 (Pribičević)
- ◆ Lastnosti absolutnega geoida:
 - 99 astronomskih točk (51 v SLO, 23 HR, 20 A, 5 HU)
 - amplituda geoidnih višin 4,6m.

Geiod Slovenije (izračun leta 2000)



Uporabljeni podatki

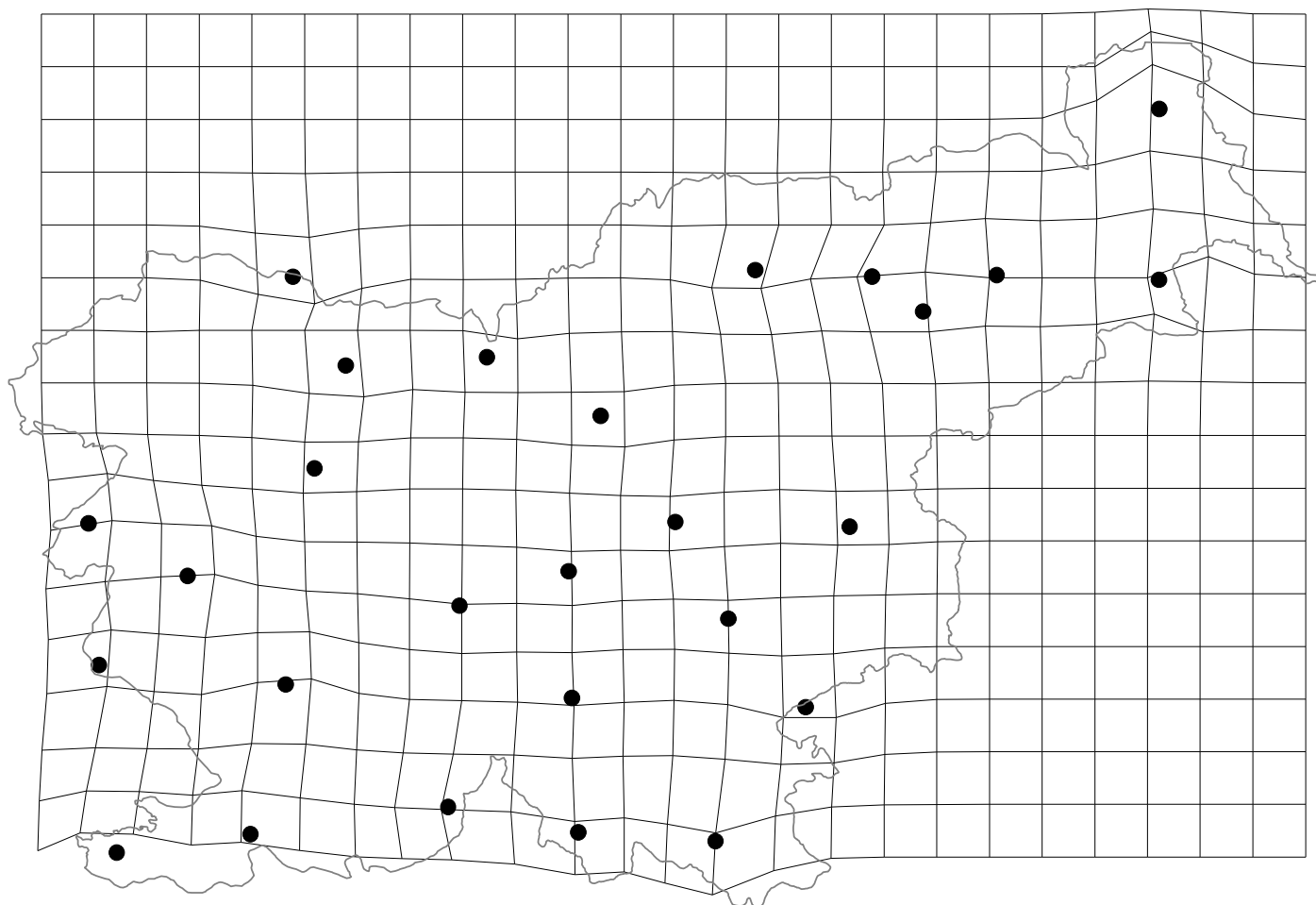


Izolinije geoida

Relacije star $\leftrightarrow$ nov horizontalni koordinatni sistem Slovenije

- ◆ Spremembe koordinat pri prehodu med starim in novim horizontalnim sistemom (v ravnini projekcije):
 - $dn \cong + 485\text{m}$ ($482\text{m} < dn < 488\text{m}$)
 - $de \cong - 370\text{m}$ ($- 373\text{m} < de < - 367\text{m}$)
 - $zasuk \cong + 4.9''$
 - notranja geometrija sistema: $\Delta_p = ?$ ($> 20 \text{ m}$)
 - geodinamika ozemlja: $\Delta_{P(\text{RELATIVNI})} = ?$ ($\cong 5 - 10 \text{ mm/leto}$)
 - Vpliv višinskega sistema na horizontalni sistem

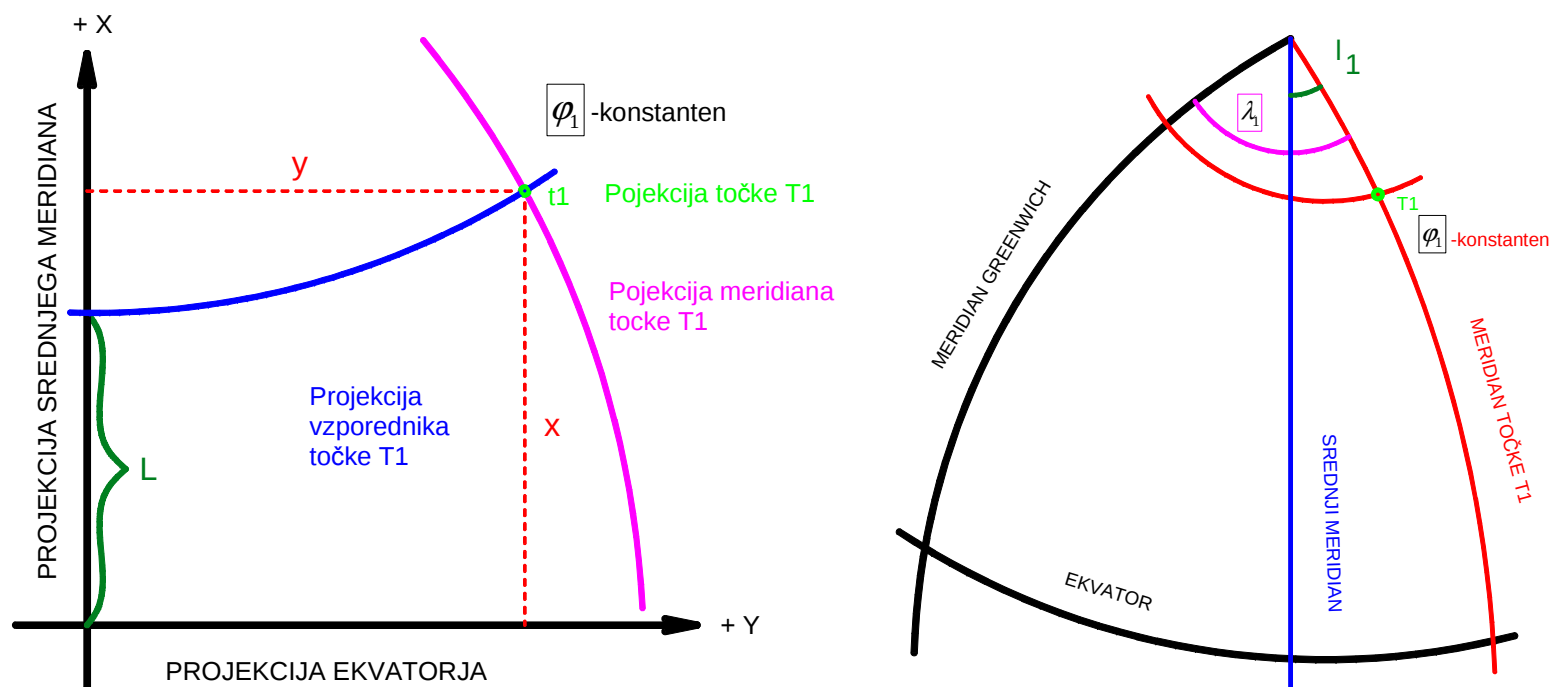
Relacije star $\leftrightarrow$ nov horizontalni koordinatni sistem Slovenije



Relacije star $\leftrightarrow$ nov višinski koordinatni sistem Slovenije

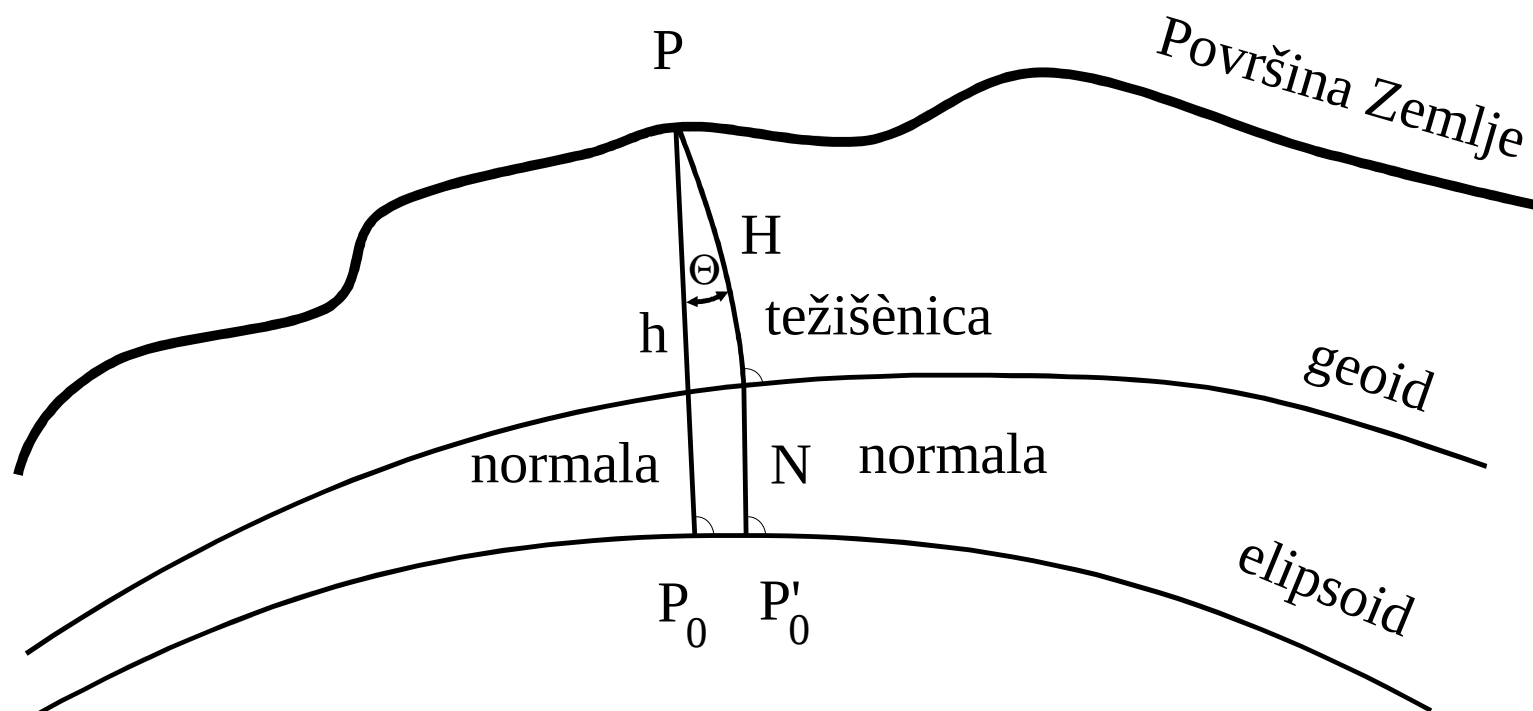
- ◆ Spremembe koordinat pri prehodu med starim in novim horizontalnim sistemom (v ravnini projekcije):
 - $H^0_{\text{Mareograf Amsterdam}} - H^0_{\text{Mareograf Trst}} = -33 \text{ cm}$
 - $H^0_{(\text{WHS})} - H^0_{\text{Mareograf Trst}} = ? \text{ cm}$
 - $\text{geoid} - \text{kvazigeoid} = +4 \text{ cm} / 1000\text{m višine}$
 - $\text{relativni geoid} - \text{kvazigeoid} = +7\text{mm} / \text{km dolžine}$
 - (vpliv na horizontalni sistem)
 - $H^N - H^{NO} = ? \text{ cm}$

Pretvorba med geografskimi in pravokotnimi koordinatami v ravnini kartografske projekcije



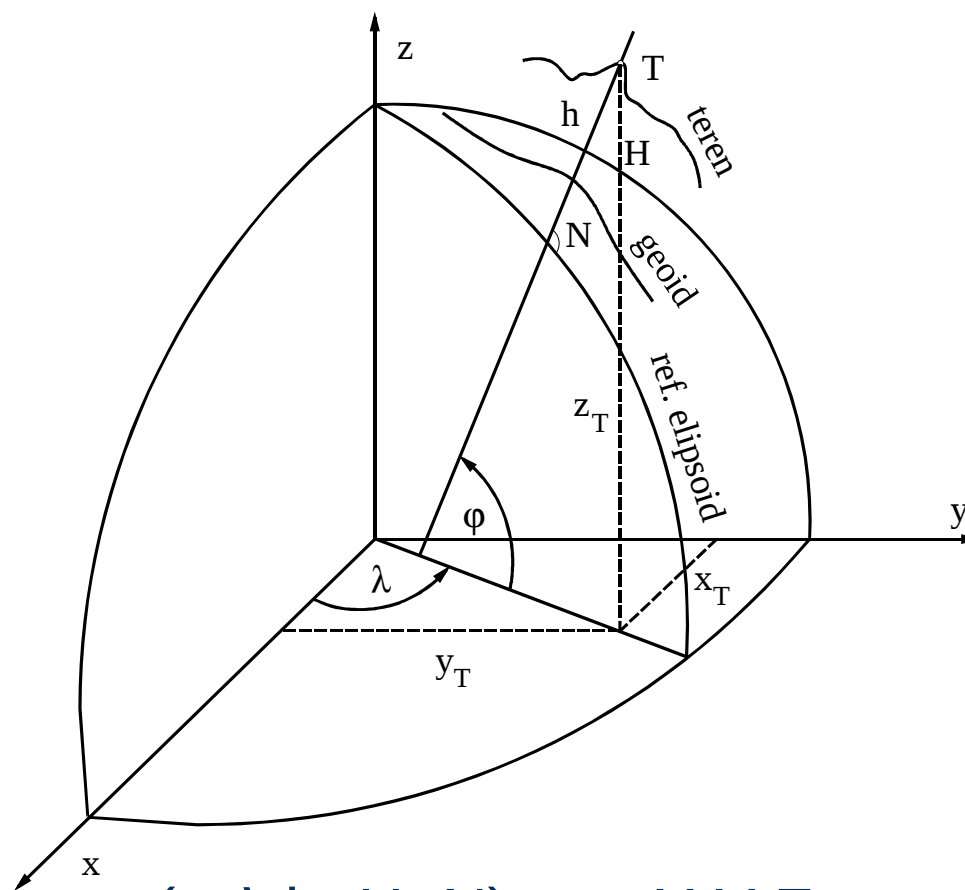
$$(y, x)_{B.E.} \leftrightarrow (\varphi, \lambda, H)_{B.E.}$$

Zveza med nadmorsko, geoidno in elipsoidno višino točke



$$\underset{\substack{\text{fizikalni} \\ \text{problem}}}{H} = \underset{\substack{\text{geom.} \\ \text{problem}}}{h} - \underset{\substack{\text{fizikalni} \\ \text{problem}}}{N}$$

Pretvorba med geografskimi in pravokotnimi koordinatami v trirazsežnem prostoru



$$(\varphi, \lambda, h=H+N)_{B.E.} \leftrightarrow X, Y, Z$$

Transformacije koordinatnih sistemov

- ♦ Transformacija koordinatnih sistemov predstavlja matematično povezavo dveh koordinatnih sistemov
- ♦ Transformacijo predstavljajo matematični izrazi preslikave koordinat iz enega v drug koordinatni sistem
- ♦ Transformacije pravokotnih koordinatnih sistemov:
 - transformacije tri-razsežnih sistemov
 - transformacije dvo-razsežnih sistemov
- ♦ Transformacijo koordinatnih sistemov izvedemo

Transformacije koordinatnih sistemov

- ♦ V državnem sistemu:
 - horizontalni položaj
 - nadmorska višina, neznana geoidna višina
- ♦ GNSS tehnologije zagotavljajo tri-razsežen položaj,
- ♦ Transformacija koordinatnih sistemov je ena najpogostejših nalog:
 - v okviru geodetske izmere ter
 - nalog združevanja položajev pridobljenih na različne načine.

Metode transformacij koordinatnih sistemov

- ◆ Podobnostna transformacija:
 - transformira preme linije v preme linije, ohranja kote
 - merilo je neodvisno od smeri linije (enako v vseh smereh)
 - dolžine linij in položaji točk v mreži se spremenijo
 - če je merilo enako enoti → ortogonalna transformacija
- ◆ Afina transformacija:
 - transformira preme linije v preme linije, ohranja vzporednost
 - spremeni se velikost, oblika, položaj in orientacija
 - merilo je odvisno od smeri linije v koordinatnem

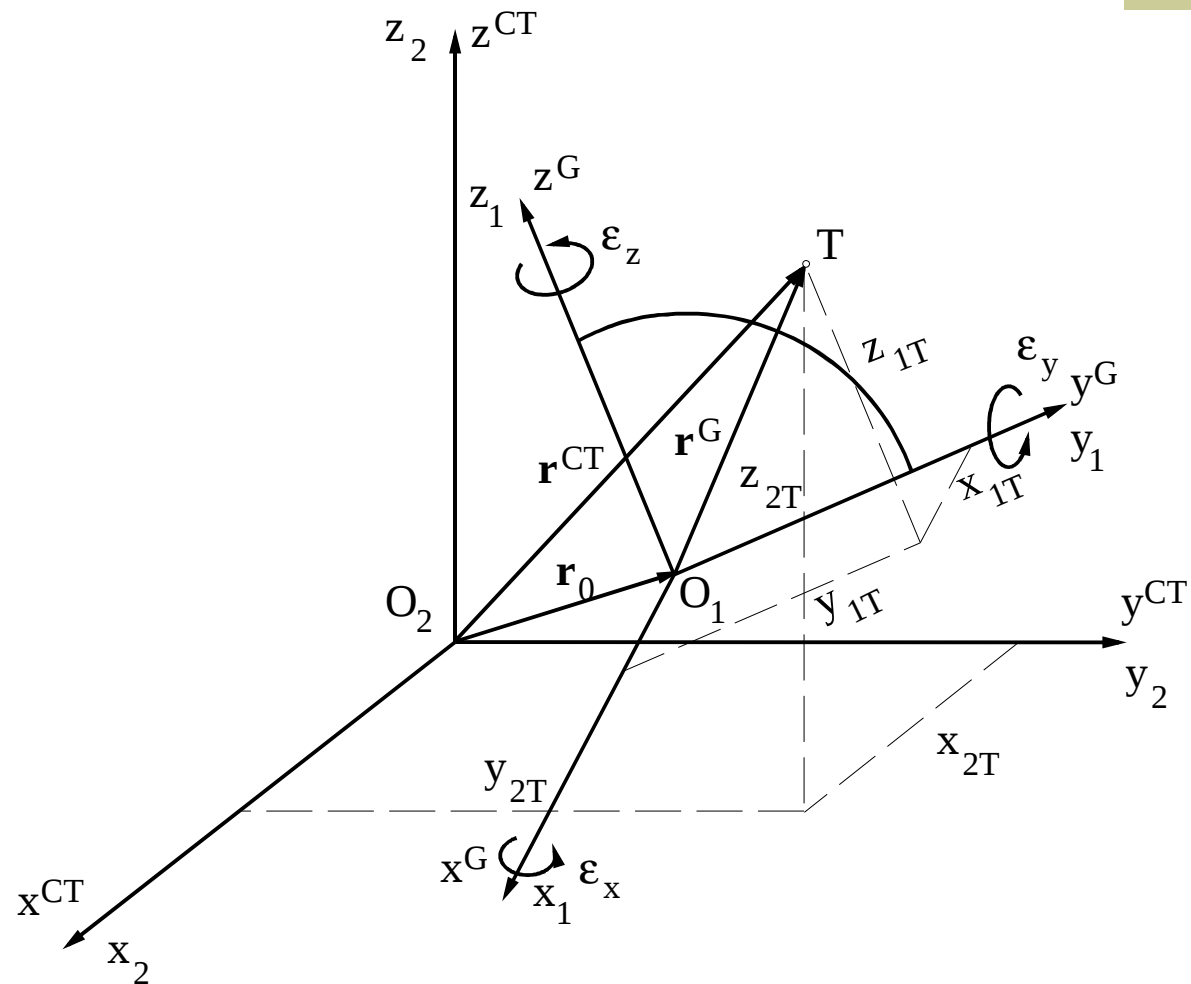
Izbira metode (modela) transformacije

- ◆ Kriteriji za izbiro modela transformacije:
 - število točk, danih v obeh sistemih
 - razmerje: število transformacijskih parametrov – število točk, s koordinatami danimi v obeh sistemih
 - velikost območja, ki ga želimo transformirati
 - dimenzija koordinatnih sistemov (3-D, 2-D, 1-D)
 - zahtevana natančnost transformiranih koordinat
 - vnaprej znani transformacijski parametri ali jih je potrebno oceniti
 - v glavnem temeljijo na predpostavkah

Podobnostna transformacija

- ♦ Najpogostejše uporabljan model transformacije
- ♦ Definirana s 7 transformacijskimi parametri:
 - 3 premiki med koordinatnima sistemoma
 - 3 zasuki med koordinatnima sistemoma
 - 1 razmerje enote dolžin med koordinatnima sistemoma
- ♦ Lastnosti:
 - majhno število transformacijskih parametrov
 - matematično enostaven model transformacije
 - enostaven za programiranje
 - model predpostavlja homogenost koordinatnih sistemov (brez lokalnih distorzij v merilu in/ali

Skica podobnostne transformacije



Matematični model podobnostne transformacije

- ♦ Burša-Wolf model:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} + (1 + \varepsilon_s) \mathbf{R} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}$$

- ♦ Molodenskij-Badekaš model:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x' \\ \Delta y' \\ \Delta z' \end{bmatrix} + (1 + \varepsilon_s) \mathbf{R} \begin{bmatrix} x_1 - x_m \\ y_1 - y_m \\ z_1 - z_m \end{bmatrix}$$

Rotacijske matrike

- ♦ Rotacijske matrike:

$$\mathbf{R}_z(\omega) = \begin{bmatrix} \cos \omega & \sin \omega & 0 \\ -\sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_y(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 & -\sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_x(\varepsilon) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & \sin \varepsilon \\ 0 & -\sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{bmatrix}$$

- ♦ Kardanska rotacijska matrika:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_z(\omega)\mathbf{R}_y(\psi)\mathbf{R}_x(\varepsilon)$$

- ♦ Za majhne kote zasukov velja:

$$\mathbf{R} \approx \begin{bmatrix} 1 & \omega & -\psi \\ -\omega & 1 & \varepsilon \\ \psi & -\varepsilon & 1 \end{bmatrix}$$

Izravnavna transformacije

- ♦ Splošni model izravnavave
- ♦ Podobnostna transformacija je zvezna funkcija
- ♦ Posledice zamenjave zvezne funkcije s končnim številom diskretnih točk zmanjšamo z ustrezno porazdelitvijo točk:
 - točke naj ne bi bile kolinearne
 - naj bi enakomerno pokrile celotno področje
 - naj bi se nahajale na obodu območja transformacije
 - če se v mreži nahajajo distorzije naj bi mrežo ločili na manjše dele in jih obravnavali ločeno

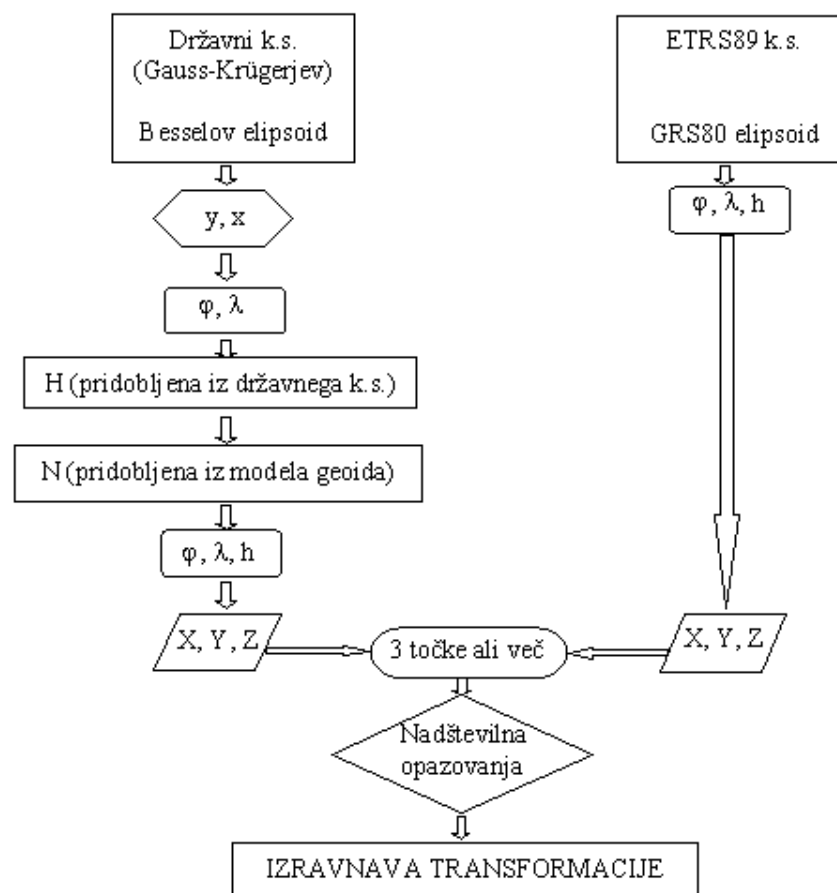
Rezultat izravnavne transformacije

- ♦ Rezultat izravnavne transformacije:
 - dva niza izravnanih koordinat
 - ocenjeni transformacijski parametri
- ♦ Koordinatna sistema imata po izravnavi transform.:
 - enako merilo, enako orientacijo, enako lego
- ♦ Spremenijo se (glede na stanje pred izravnavo):
 - koordinate točk (majhne spremembe)
 - koti med točkami mreže
 - dolžine med točkami mreže
- ♦ Končno vrednotenje rezultatov transformacije s pomočjo ustreznih statističnih testov

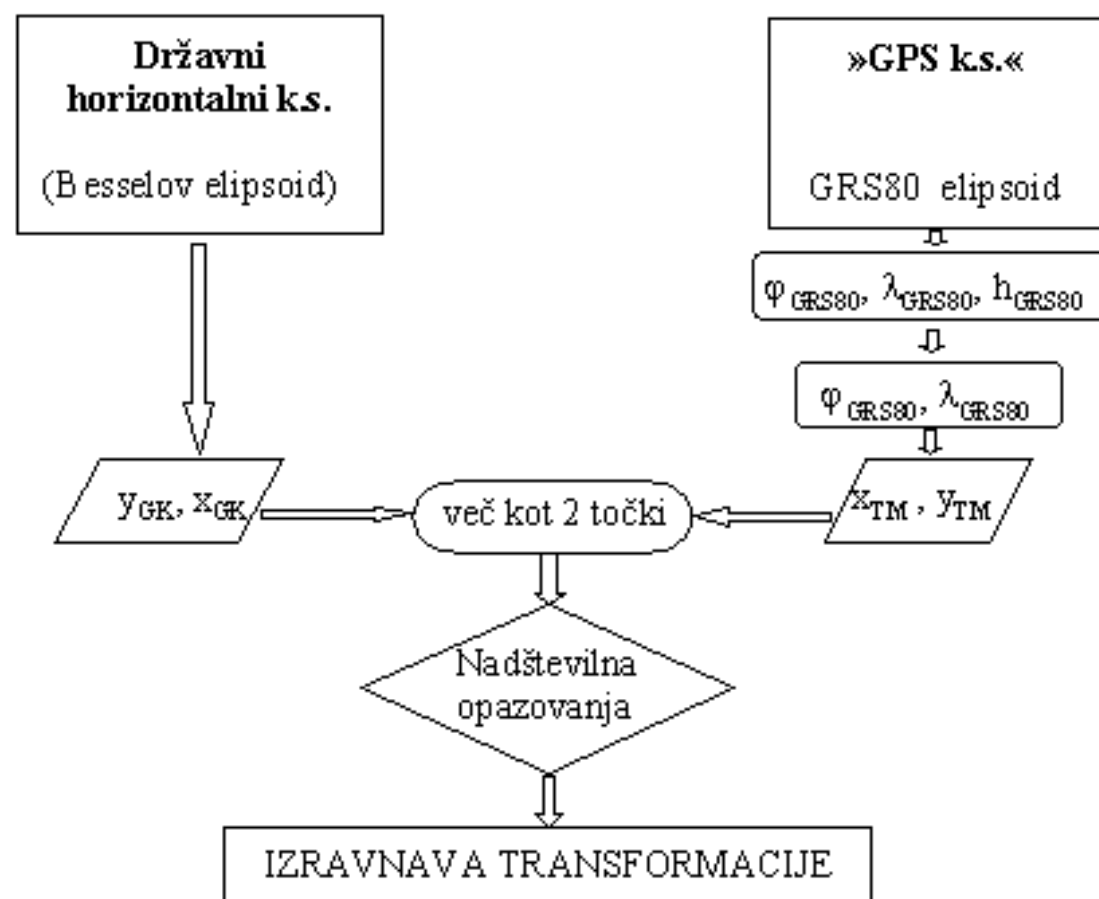
Vrednotenje rezultatov izravnavne transformacije

- ♦ Uporabljamo običajna merila kakovosti rezultatov izravnavne:
 - vrednost referenčne variance a-posteriori
 - vrednosti neznank (transformacijskih parametrov)
 - popravki opazovanj (odstopanja med danimi in transformiranimi koordinatami identičnih točk)
 - kovariančna matrika vektorja neznank (tr. parametrov)
 - kovariančna matrika vektorja popravkov (koordinat)
 - koordinate t.i. kontrolnih točk
- ♦ Rezultati transformacije so močno odvisni od privzete natančnosti koordinat točk

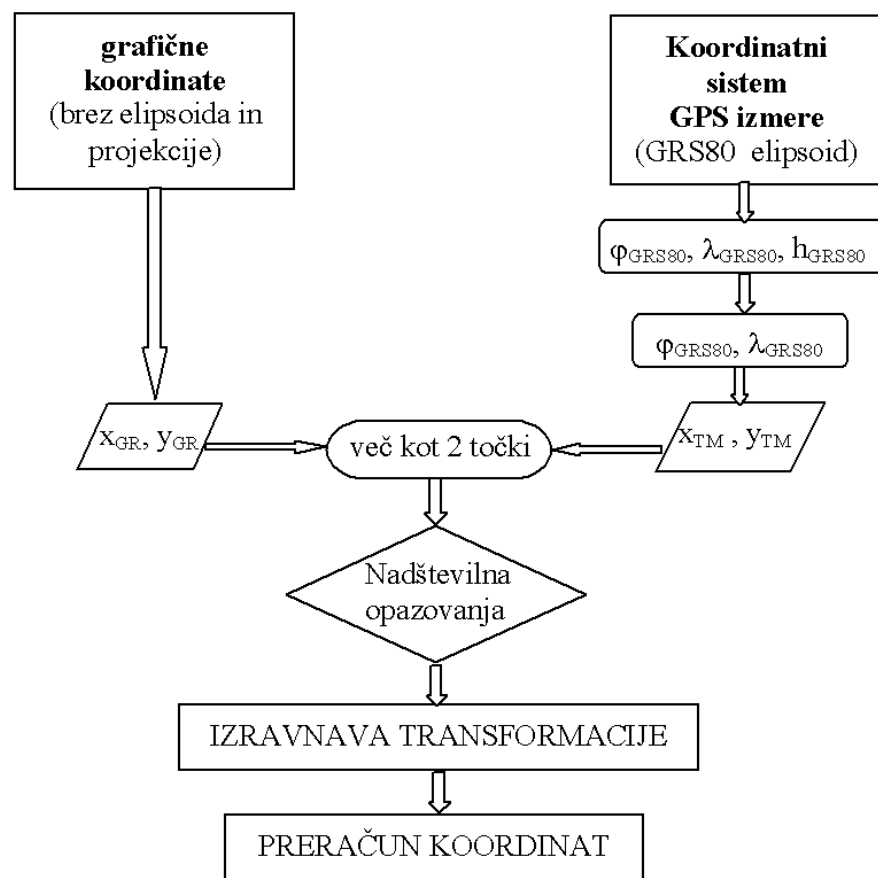
Transformacija med D48 in ETRS89 v trirazsežnem prostoru



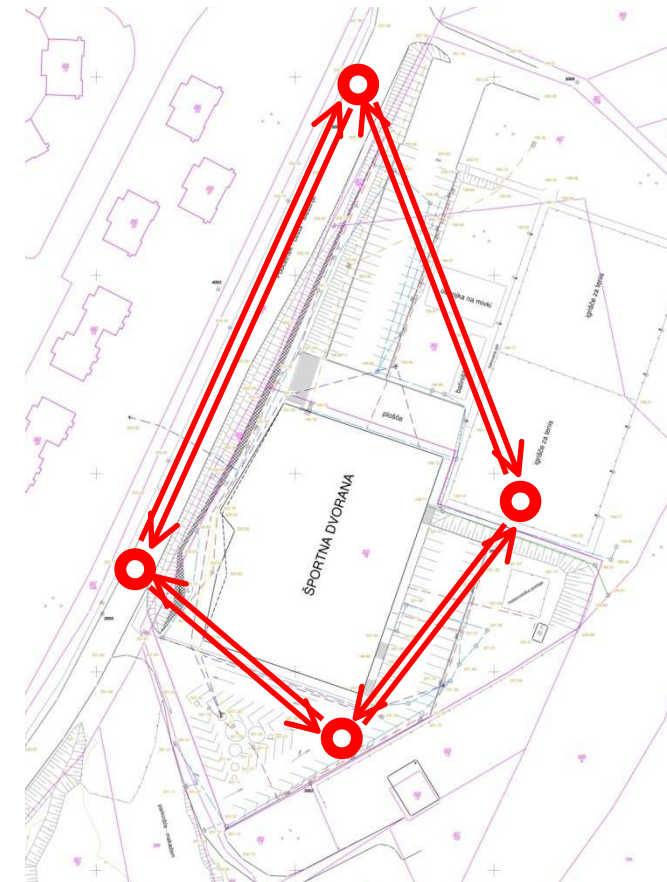
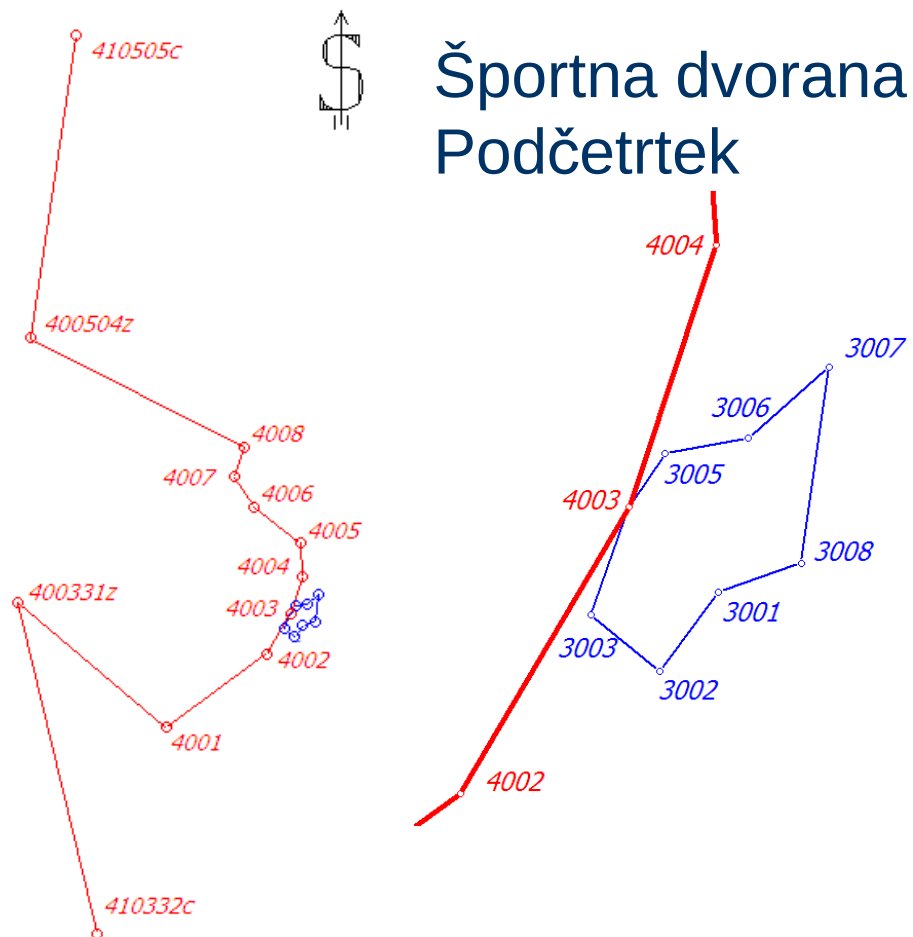
Transformacija med D48 in ETRS89 v ravnini kartografske projekcije



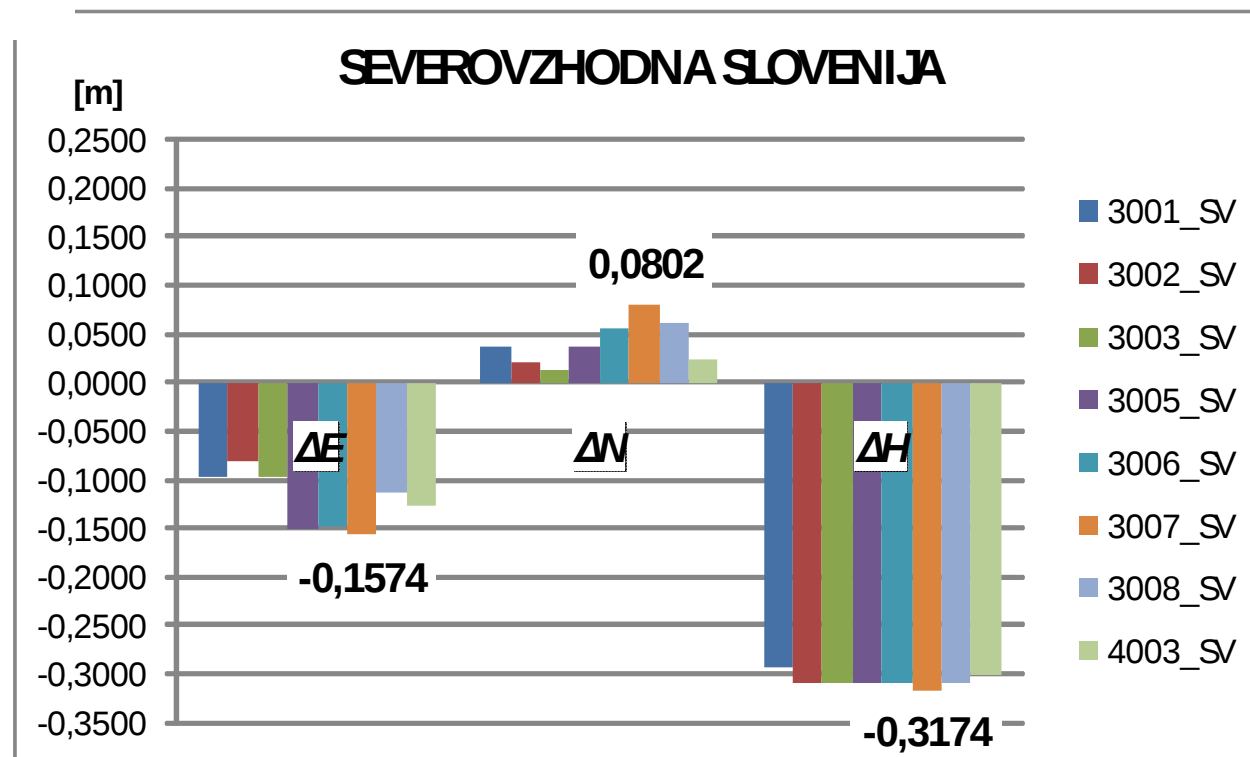
Transformacija med načrtom (k. s.) grafične izmere in ETRS89



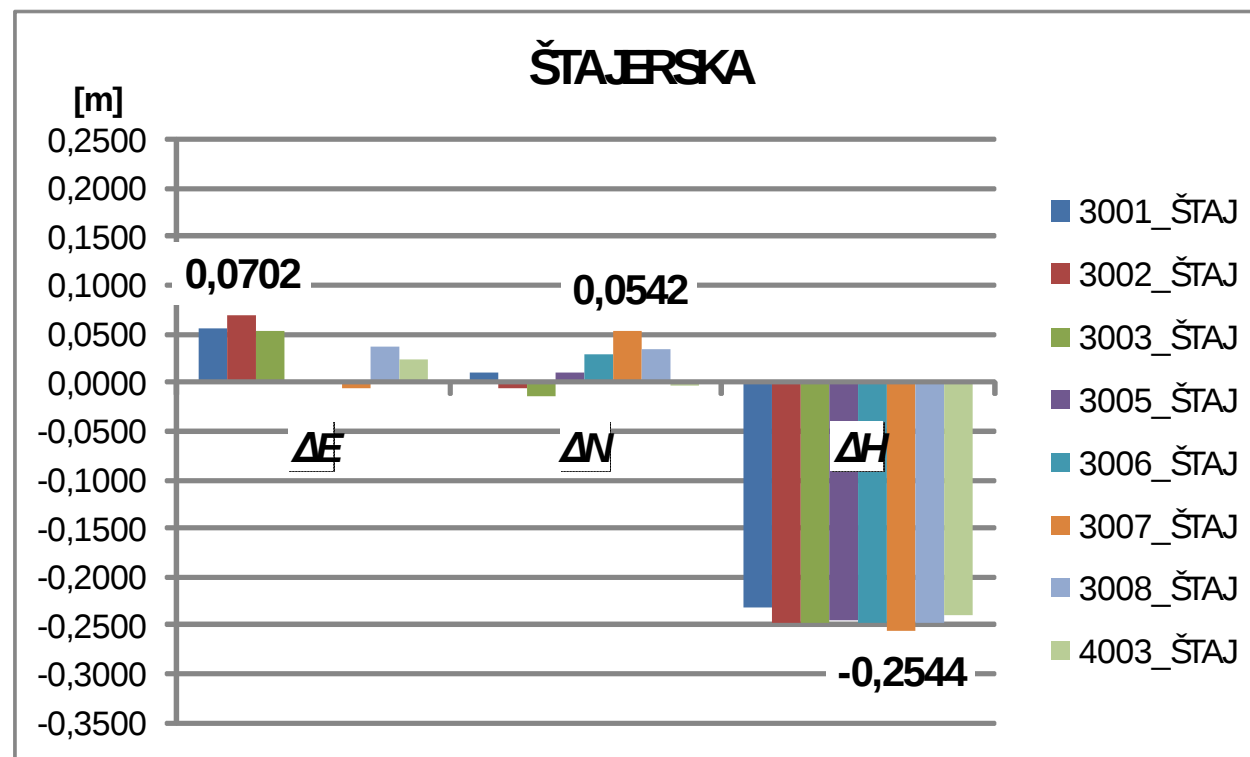
Primer transformacije (diplomska naloga UNI GEO Ignac Šilec)

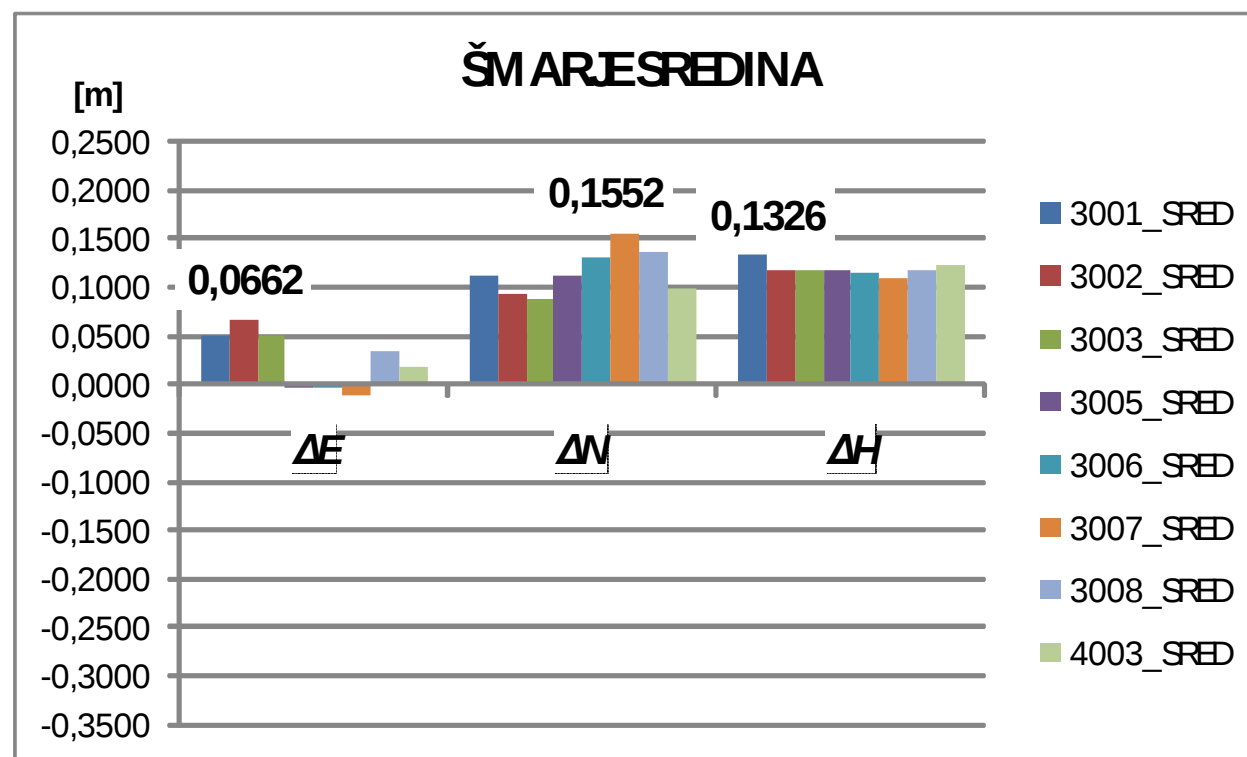


Transformacijski parametri “Severovzhodna Slovenija”

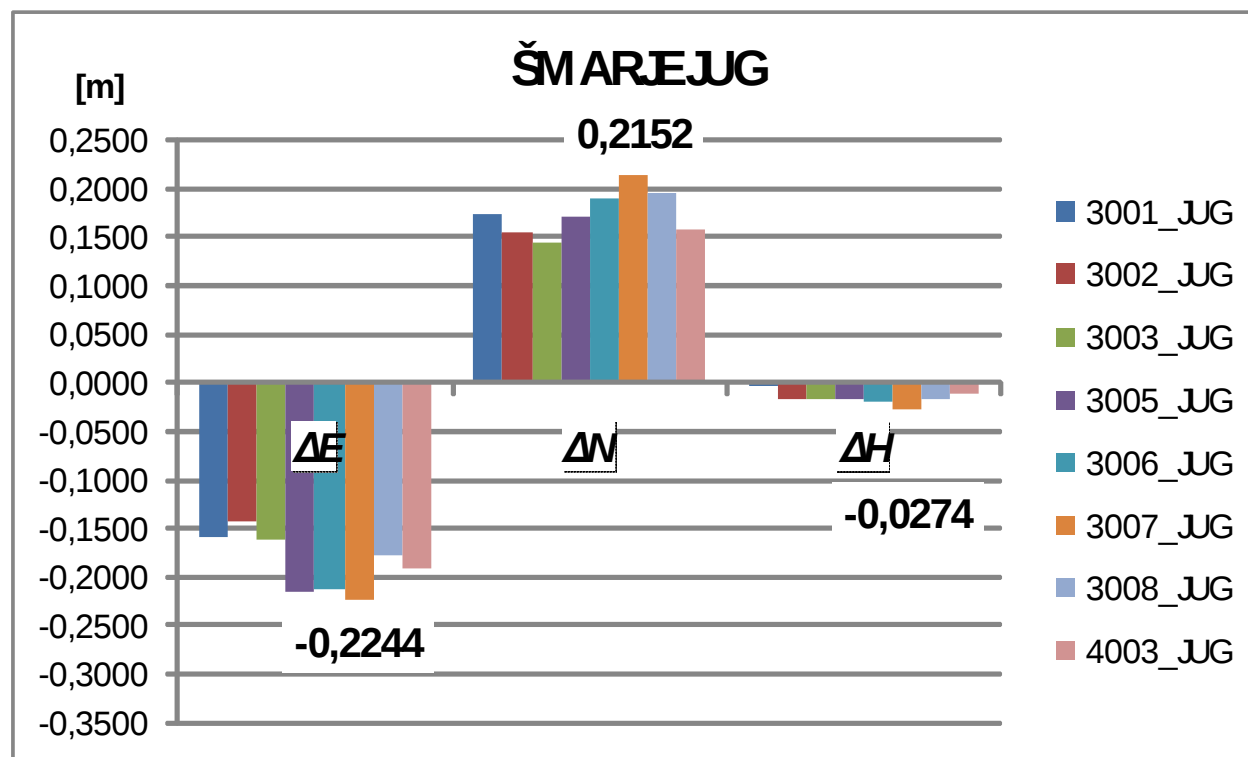


Transformacijski parametri “Štajerska”

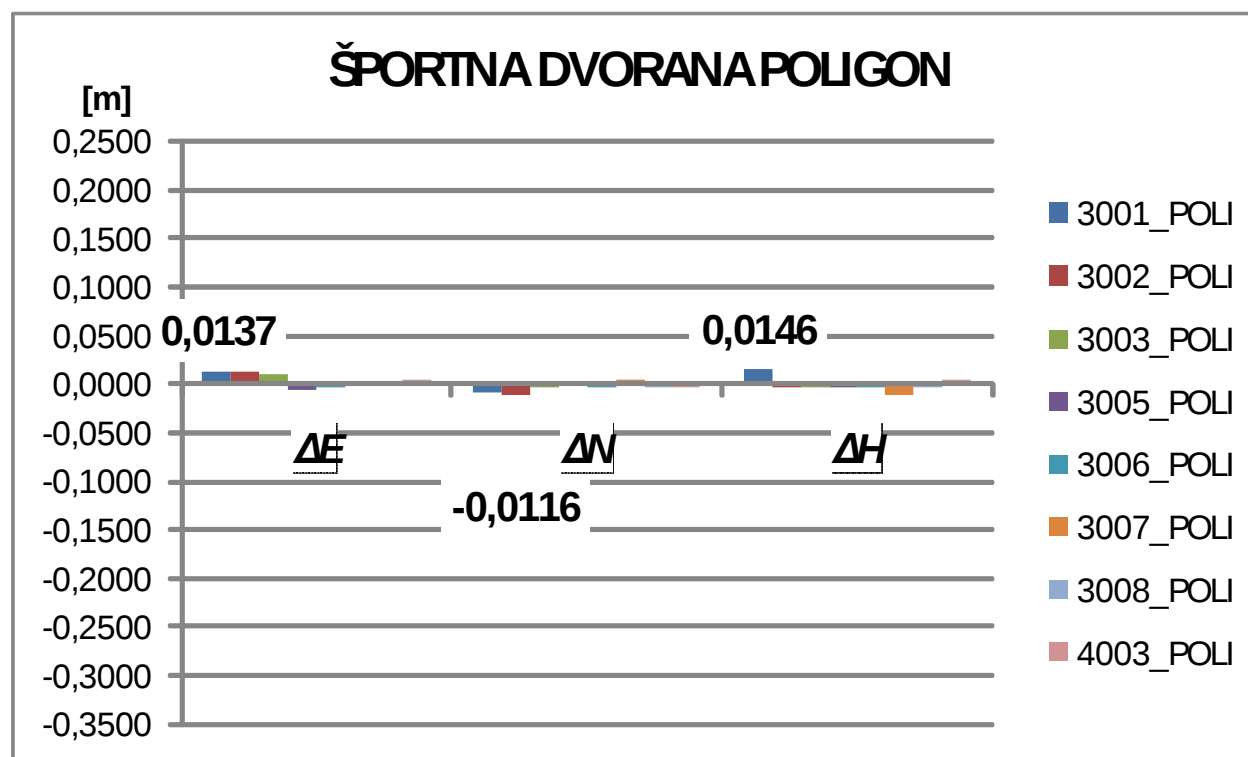




ŠMARJE JUG

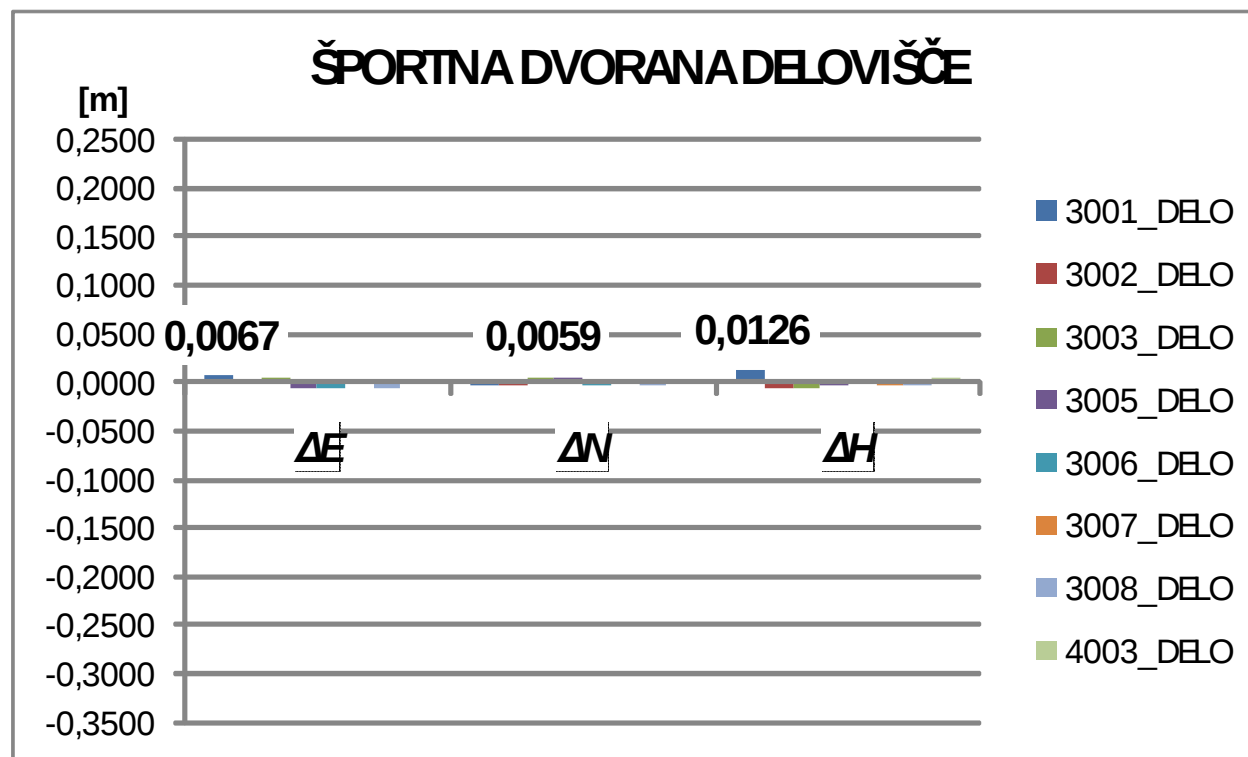
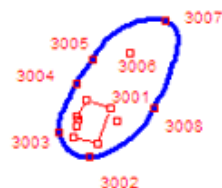


Transformacijski parametri “Športna dvorana - poligon”



Transformacijski parametri “Športna dvorana - delovišče”

ŠD DELOVIŠČE





Komentarji, vprašanja, zaključki



A decorative graphic on the left side of the slide, consisting of a vertical stack of thin horizontal lines. To the right of this stack are two thick horizontal bars: a dark blue one at the top and a light olive green one below it. Further to the right, there is another dark blue horizontal bar, and to its right, a light olive green rectangular block.

HVALA ZA VAŠO POZORNOST!